

Faculty of Science

B.Sc. (Mathematics) I-Year, CBCS- I Semester Examination, July 2017

Paper-I (Differential Calculus)

Time: 3 hours

Max Marks: 80

Section-A

I. Answer any FIVE questions.

5x4=20

1. Find the n^{th} derivative of $Y = \frac{x^2}{(x+2)(2x+3)}$
2. Verify Rolle's theorem for $f(x) = 2 + (x-1)^{2/3}, x \in [0,2]$
3. Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x + \frac{x^3}{6}}{x^5}$
4. For the curve $x = a(t + \sin t), y = a(1 - \cos t)$, prove that $\rho = 4a \cos\left(\frac{t}{2}\right)$
5. If $z = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$, then show that $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$
6. If $u = x^2 \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) - y^2 \tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right); xy \neq 0$ then find the value of $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$.
7. Find the envelope of the family of straight lines $y = mx + \frac{1}{m}$.
8. Find the asymptotes of the cubic curve $2x^3 - x^2y + 2xy^2 + y^3 - 4x^2 + 8xy - 4x + 1 = 0$.

Section-B

II. Answer ALL the following questions

4x15=60

9. (a) If $y = \sin(m \sin^{-1} x)$, show that $(1-x^2)y_{n+2} = (2n+1)xy_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n$ and find $y_n(0)$.
(OR)
(b) Using Lagrange's mean value theorem show that $\frac{v-u}{1+v^2} \angle \tan^{-1} v - \tan^{-1} u \angle \frac{v-u}{1+u^2}$,
 $0 \angle u \angle v$ deduce that $\frac{\pi}{4} + \frac{3}{25} \angle \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) \angle \frac{\pi}{4} + \frac{1}{6}$
10. (a) Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$
(OR)
(b) If a curve is defined by the equation $x=f(t)$ and $y=\phi(t)$, then derive the formula for radius of curvature.
11. (a) Expand $x^2y+3y-2$ in powers of $(x-1)$ and $(y+2)$ using Taylor's theorem.
(OR)
(b) If $u = \sin^{-1} \frac{x^2+y^2}{x+y}$, show that $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \tan u$
12. (a) Find the maxima and minima of $x^2+y^2+z^2$ subject to the conditions $ax^2+by^2+cz^2=1$ and $lx+my+nz=0$.
(OR)
(b) Discuss the maximum or minimum values of $u=x^3y^2(1-x-y)$

--oOo--

Faculty of Science
B.Sc. (Mathematics) I-Year, CBCS- I Semester Examination, July 2017
Paper-I (Differential Calculus)

Time: 3 hours

Max Marks: 80

భాగం - A

I. ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

5×4=20

1. $Y = \frac{x^2}{(x+2)(2x+3)}$ అయితే y_n కనుగొనండి.
2. $f(x) = 2 + (x-1)^{2/3}$, $x \in [0,2]$ కు రోలే సిద్ధాంతాన్ని పరీక్షించండి.
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x + \frac{x^3}{6}}{x^5}$ కనుగొనండి.
4. $x = a(t + \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$ వక్రానికి $\rho = 4a \cos\left(\frac{t}{2}\right)$ అని చూపండి.
5. $z = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$, అయితే $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ అని చూపండి.
6. $u = x^2 \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) - y^2 \tan^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$; $xy \neq 0$ అయితే $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ విలువ కనుక్కోండి.
7. $y = mx + \frac{1}{m}$ సరళరేఖల కుటుంబానికి మూలకోహము(Envelop) ను కనుగొనండి.
8. $2x^3 - x^2y + 2xy^2 + y^3 - 4x^2 + 8xy - 4x + 1 = 0$ ఘన వక్రానికి అనంత స్పర్శరేఖలను కనుగొనండి.

భాగం - B

II. అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

4×15=60

- 9(a) $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ అయితే $(1-x^2)y_{n+2} = (2n+1)xy_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n$ అని చూపండి.
 $y_n(0)$ విలువ కనుగొనండి.

(లేదా)

- (b) లేగ్రాంజి మధ్యమ మూల్య సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి $\frac{v-u}{1+v^2} \angle \tan^{-1} v - \tan^{-1} u \angle \frac{v-u}{1+u^2}$,
 $0 \angle u \angle v$ అని చూపి దీని నుండి $\frac{\pi}{4} + \frac{3}{25} \angle \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right) \angle \frac{\pi}{4} + \frac{1}{6}$ రాబట్టండి.

- 10(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\tan x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$ ను కనుక్కోండి.

(లేదా)

- (b) ఒక వక్రము $x=f(t)$, $y=\phi(t)$ గా నిర్వచించబడితే ఆ వక్రానికి వక్రతా వ్యాసార్థము కనుగొనడానికి సూత్రాన్ని రాబట్టండి

- 11(a) బేలర్ సిద్ధాంతాన్ని ఉపయోగించి $x^2y+3y-2$ ప్రమేయాన్ని $(x-1)$, $(y+2)$ ల ఘాతాలుగా వివరించండి.

(లేదా)

- (b) $u = \sin^{-1} \frac{x^2+y^2}{x+y}$ అయితే $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \tan u$ అని చూపండి.

- 12(a) $ax^2+by^2+cz^2=1$, $lx+my+nz=0$ నియమాల ఆధారంగా $x^2+y^2+z^2$ ప్రమేయానికి గరిష్ఠ, కనిష్ఠ విలువలను కనుగొనండి.

(లేదా)

- (b) $u=x^3y^2(1-x-y)$ ప్రమేయానికి గరిష్ఠ లేదా కనిష్ఠ విలువలను చర్చించండి.
