R-19

Code: 1308/R

Faculty of Science

B. Sc (Mathematics) I-Year, CBCS –I Semester Regular Examinations, Dec/Jan 2019-20

PAPER: DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS

Time: 3 Hours

Max Marks: 80

Section-A

I. Answer Any **EIGHT** from the following questions (8x4=32 Marks)

1. If $z = tan^{-1}\left(\frac{x^2+y^2}{x+y}\right)$ then find $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$
2. If $z(x,y) = 3x^2y + 3xy^2$ then show that $x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = 3z$
3. If $f(x,y) = \frac{xy}{x^2+y^2}$ then evaluate $\frac{\partial^2 f}{\partial x\, \partial y}$
4. If $u = x^2 - y^2,\ x = 2r - 3s + 4,\ y = -r + 8s - 5$ find $\frac{\partial u}{\partial r}$
5. If $H = f(y - z, z - x, x - y)$ prove that $\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0$
6. Expand the function $f(x,y) = x^2 + xy - y^2$ by Taylor's theorem in powers of $(x-1)$ and $(y+2)$
7. Show that the curvature of the point $\left(\frac{3a}{2}, \frac{3a}{2}\right)$ on the folium $x^3 + y^3 = 3axy$ is $\frac{-8\sqrt{2}}{3a}$
8. Find the radius of curvature at the origin of the curve $x^3 - 2x^2y + 3xy^2 - 4y^3 + 5x^2 - 6xy + 7y^2 - 8y = 0$
9. Find the envelope of the family of straight lines $Y = mx + \frac{1}{m}$
10. Find the perimeter of the cardioide $r = a(1 - cos\theta)$
11. Find the length of the curve $x = a\,(\theta + sin\theta), y = a\,(1 - cos\theta)$ from $\theta = 0$ to $\theta = \pi$
12. Find the volume of the solid obtained by revolving the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ about the axis of x.

Section-B

II. Answer the following questions (4x12=48 Marks)

13. (a) (i) state and prove Euler's theorem for Homogenous functions
    (ii) if $x^y = y^x$ then find $\frac{dy}{dx}$.

(OR)

(b) if $u = tan^{-1}\left(\frac{x^3+y^3}{x-y}\right), x \neq y$ show that

i) $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = sin2u.$

ii) $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x\, \partial y} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = (1 - 4\,sin^2 u)sin\,2u$

14. (a)Show that minimum value of $u = xy + \left(\frac{a^3}{x}\right) + \left(\frac{a^3}{y}\right)$ is $3a^2$

(OR)

(b) Find the maximum value of $x^m y^n z^p$ subject to the condition $x + y + z = a$

15. (a) Find the Centre and circle of curvature at the point $p\left(\frac{a}{4}, \frac{a}{4}\right)$ on $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$

(OR)

(b) Obtain the evolute of the parabola $y^2 = 4ax$

16. (a) Find the Perimeter of the loop of the curve $9ay^2 = (x - 2a)(x - 5a)^2$ between X=2a and x=5a

(OR)

(b) Find the volume of the solid obtained by revolving the cardioide $r = (1 + cos\theta)$ about the initial line

*****

R-19

Code: 1308/R

Faculty of Science

B. Sc (Mathematics) I-Year, CBCS –I Semester Regular Examinations, Dec/Jan 2019-20

PAPER: DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS

Time: 3 Hours | Max Marks: 80

విభాగం - ఎ

I. ఈ క్రింది వాటిలో ఎనిమిది ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. (8x4=32 M)

1. $z = tan^{-1}\left(\frac{x^2+y^2}{x+y}\right)$ అయితే $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ ను కనుగొనుము.
2. $z(x,y) = 3x^2y + 3xy^2$ అయితే $x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = 3z$ అని చూపండి.
3. $f(x,y) = \frac{xy}{x^2+y^2}$ అయితే $\frac{\partial^2 f}{\partial x\, \partial y}$ ను కనుగొనుము.
4. $u = x^2 - y^2,\ x = 2r - 3s + 4,\ r = -r + 8s - 5$ అయితే $\frac{\partial u}{\partial r}$ ను కనుగొనుము.
5. $H = f(y - z, z - x, x - y)$ అయితే $\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0$ అని చూపండి.
6. $f(x,y) = x^2 + xy - y^2$ ను $(x - 1)$ మరియు $(y + 2)$ యొక్క ఘాతాలలో టేయలర్ సిద్ధాంతమును ఉపయోగించి విస్తారనా చేయండి.
7. $\left(\frac{3a}{2}, \frac{3a}{2}\right)$ బిందువు వద్ద $x^3 + y^3 = 3axy$ కి వక్రతా వ్యాసార్థం $\frac{-8\sqrt{2}}{3a}$ అని చూపండి.
8. మూల బిందువు (0,0) వద్ద $x^3 - 2x^2y + 3xy^2 - 4y^3 + 5x^2 - 6xy + 7y^2 - 8y = 0$ కు వక్రతా వ్యాసార్థం కనుగొనుము.
9. $Y = mx + \frac{1}{m}$ అనే సరళరేఖల కుటుంబానికి ఆవరణీత (Envelope) ను కనుగొనుము.
10. $r = a(1 - cos\theta)$ కార్డియాడ్ యొక్క చుట్టుకొలత కనుగొనుము.
11. $x = a\,(\theta + sin\theta), y = a\,(1 - cos\theta)$ వక్రం యొక్క పొడువు $\theta = 0$ నుండి $\theta = \pi$ వరకు కనుగొనుము.
12. x అక్షం చుట్టు దీర్ఘవృత్తాం $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ తిప్పడం ద్వారా పొందిన ఘన పరిమాణాన్ని కనుగొనుము.

విభాగం - బి

II. ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి (4x12=48 Marks)

13.(a) i) సమఘాత ప్రమేయానికి ఆయలర్ సిద్ధాంతమును ప్రవచించి నిరూపించుము.

ii) $x^2 = y^2$ అయితే $\frac{dy}{dx}$ కనుగొనుము.

(లేదా)

(b) $u = tan^{-1}\left(\frac{x^3+y^3}{x-y}\right), x \neq y$ అయినప్పుడు

i) $x\frac{\partial u}{\partial x} + y\frac{\partial u}{\partial y} = sin2\,u$ అని చూపండి.

ii) $x^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 u}{\partial x\, \partial y} + y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = (1 - 4\,sin^2u)sin\,2u$ అని చూపండి.

14.(a) $u = xy + \left(\frac{a^3}{x}\right) + \left(\frac{a^3}{y}\right)$ యొక్క కనిష్ఠ విలువ $3a^2$ అని చూపండి.

(లేదా)

(b) $x + y + z = a$ అయ్యేటట్లు ప్రమేయం $x^m y^n z^p$ నకు -- విలువను కనుగొనుము.

15.(a) $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$ వక్రానికి $p\left(\frac{a}{4}, \frac{a}{4}\right)$ వద్ద వక్రతా కేంద్రం, వక్రతా సమీకరణం కనుగొనుము.

(లేదా)

(b) $y^2 = 4ax$ వక్రానికి కేంద్రజను కనుగొనుము.

16.(a) $9ay^2 = (x-2a)(x-5a)^2$ వక్రత యొక్క loop యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనుము.

(లేదా)

(b) ప్రారంభ రేఖ కార్డియోయిడ్ని $r = (1 + cos\theta)$ తిప్పడం ద్వారా పొందిన ఘన పరిమాణాన్ని కనుగొనుము.

*****