R-19

Code: 5308/19/BL

Faculty of Science

B.Sc. (Mathematics) III-Year, CBCS-V Semester

Backlog Examinations -June/July, 2022

PAPER: Linear Algebra

Time: 3 hours Max Marks: 80

Section-A

I. Answer any *eight* of the following (8x4=32 Marks)

1. Prove that intersection of two subs pace is a sub space.

2. If $w = \left\{ \begin{bmatrix} 5b+2c \\ b \\ c \end{bmatrix} / b, C \in R \right\}$ prove that W is a subspace of R^3

3. Prove that $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ is a basis of R^3

4. Find the characteristic polynomial of $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 0 \\ -2 & 9 & 0 \\ 5 & 8 & 3 \end{bmatrix}$

5. If a 3x8 matrix A has rank 3 find dim Nul A, dim Row A and Rank A^T

6. Is $\lambda = -2$ an Eigen value of $\begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

7. Prove that the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ is not diagonalizable over the field C.

8. Find the complex Eigen values of $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$

9. If $D = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ find D^{10}

10. Let $\overline{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ *and* $\overline{u} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix} \epsilon R^2$ find orthogonal projection of $\overline{y}$ onto the line through $\overline{u}$ and the origin.

11. Show that the set $\left\{ \left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3}\right) \right\}$ forms an orthonormal set in R^3

12. Compute the unit vector in the direction of $\begin{bmatrix} \frac{7}{4} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$

Section-B

II. Answer all of the following (4x12=48 Marks)

13. (a) Let $\overline{v}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ -6 \end{bmatrix}$, $\overline{v}_2 = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}$, $\overline{v}_3 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ Determine if $\{\overline{v}_1, \overline{v}_2, \overline{v}_3\}$ is a basis for R^3

(OR)

(b) State and prove spanning set theorem

14. (a) If $\overline{v}_1, \overline{v}_2, \dots \dots \overline{v}_n$ are Eigen vectors corresponding to distinct Eigen values $\lambda_1, \lambda_2, \dots \dots, \lambda_n$ of (nxn) matrix A then the set $\{\overline{v}_1, \overline{v}_2, \dots \dots . \overline{v}_n\}$ is linearly independent.

(OR)

(b) Find the Eigen values and Eigen vectors of the matrix $A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

15. (a) Diagonalize the matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -3 & -5 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

(OR)

(b) Let $T: p_3 \to p_4$ be the transformation that maps a polynomial $p(t)$ into the polynomial $p(t) + t^2\, p(t)$.

(i) Find image of $p(t) = 2 - t + t^2$

(ii) Show that T is a linear transformation

(iii) Find the matrix T relative to the bases $B = \{1, t, t^2\}$ and $C = \{1, t, t^2, t^3, t^4\}$

16. (a) Define orthonormal set and prove that the set $\left\{ \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1/2 \\ -2 \\ 7/2 \end{bmatrix} \right\}$ is orthonormal set.

(OR)

(b) In the vector space $R^3(R)$ construct on orthonormal basis using Gram-Schmidt orthogonalization process from the basis $\{(3,4,0), (2,1,-1), (-2,1,3)\}$

*****

R-19

Code: 5308/19/BL

Faculty of Science

B.Sc. (Mathematics) III-Year, CBCS-V Semester

Backlog Examinations -June/July, 2022

PAPER: Linear Algebra

Time: 3 hours

Max Marks: 80

విభాగం- ఎ

I. ఈ క్రింది ఏవైనా ఎనమిది ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. (8x4=32 Marks)

1. సదిశాంతరాళం యొక్క రెండు ఉపాంతరాశాల చేదనం కూడా ఉపాంతరాంశమే అని చూపండి.

2. $w = \left\{ \begin{bmatrix} 5b + 2c \\ b \\ c \end{bmatrix} / \, b, C \in R \right\}$ అనే రూపంలో గల R^3 యొక్క ఉపాంతళం అని చూపండి.

3. $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$ అనేది R^3 కి ఒక ఆధారం అని చూపండి.

4. మాత్రిక $A = \begin{bmatrix} 6 & -2 & 0 \\ -2 & 9 & 0 \\ 5 & 8 & 3 \end{bmatrix}$ కు లాక్షానిక బహుపది (characteristic polynomial) ను కనుక్కోండి.

5. A అనేది ఒక 3x8 మాత్రక కు Rank (కోటి) 3 అయితే dim Nul A, dim Row A మరియు Rank A^T కనుగొనుము.

6. $\lambda = -2$ అనేది $\begin{bmatrix} 7 & 3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$ యొక్క లాక్షానిక మూలమా?

7. C పై మాత్రిక $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ వికర్ణీకరణీయం కాదు అని చూపండి.

8. మాత్రిక $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}$ కు సంకీర్ణ లాక్షానిక మూలాలను కనుక్కోండి.

9. $D = \begin{bmatrix} 5 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ అయితే D^{10} కనుగొనండి.

10. $\bar{y} = \binom{2}{6}$ మరియు $\bar{u} = \binom{7}{1} \epsilon R^2$ అయితే మూలబిందువుని $\binom{7}{1}$ కి కలిపే రేఖపై $\binom{2}{6}$ యొక్క లంబ విక్షేపమును గణించండి.

11. $\left\{ \left(\frac{1}{3}, \frac{-2}{3}, \frac{-2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}, \frac{2}{3}\right), \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-1}{3}\right) \right\}$ అనేది R^3 కి ఒక లంబాభిలంబ సమితిని నిర్వచించండి.

12. $\begin{bmatrix} \frac{7}{4} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \end{bmatrix}$ సదిశ దిశలో యూనిట్ సదిశ (unit vector) ను కనుక్కోండి.

విభాగం - బి

II. ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి. (4x12=48 Marks)

13.(a) $\bar{v}_1 = \begin{bmatrix}3\\0\\-6\end{bmatrix}$, $\bar{v}_2 = \begin{bmatrix}-4\\1\\7\end{bmatrix}$, $\bar{v}_3 = \begin{bmatrix}-2\\1\\5\end{bmatrix}$ అనుకొందాం R^3 కి $\{\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3\}$ ఆధారమవుతుందేమో కనుక్కోండి.

(లేదా)

(b) జనక సమితి (spanning set) సిద్ధాంతమును నిర్వచించి నిరూపించుము.

14.(a) $\bar{v}_1, \bar{v}_2, \ldots\ldots \bar{v}_n$ లు (nxn) అనే మాత్రిక A కు $\lambda_1, \lambda_2, \ldots\ldots, \lambda_n$ అనే విభిన్న లాక్షానిక మూలాల యొక్క లాక్షానిక సదిశలు అయితే $\{\bar{v}_1, \bar{v}_2, \ldots\ldots \bar{v}_n\}$ ఋజు స్వతంత్ర సమితి అని చూపండి.

(లేదా)

(b) క్రింది మాత్రిక A కు లాక్షానిక మూలాలు అనుబంధ లాక్షనిక సదిశలను కనుగొనుము $A = \begin{bmatrix}4 & 0 & 1\\-2 & 1 & 0\\-2 & 0 & 1\end{bmatrix}$

15.(a) మాత్రిక $A = \begin{bmatrix}1 & 3 & 3\\-3 & -5 & -3\\3 & 3 & 1\end{bmatrix}$ యొక్క వికర్ణీయతను పరీక్షించండి.

(లేదా)

(b) $T: p_3 \to p_4$, $p(t)$ అని బహుపదిని $p(t) + t^2\,p(t)$ అనే బహుపదికి ప్రతిసర్పనం చేసి పరివర్తనం

(i) $p(t) = 2 - t + t^2$ యొక్క ప్రతిబింబమును కనుగొనుము

(ii) T ఋజు పరివర్తనం అని చూపండి.

(iii) $B = \{1, t, t^2\}$ మరియు $C = \{1, t, t^2, t^3, t^4\}$ అనే ఆధారాల దృష్ట్యా T యొక్క మాత్రికను కనుగొనుము.

16.(a) లంబాభిలంబ సమితిని నిర్వచించండి. $\left\{\begin{bmatrix}3\\1\\1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}-1\\2\\1\end{bmatrix}, \begin{bmatrix}-1/2\\-2\\7/2\end{bmatrix}\right\}$ అనేది లంబాభిలంబ సమితిని నిరూపించండి.

(లేదా)

(b) సదిశాంతరాళం $R^3(R)$ లో ఆధారం $\{(3,4,0), (2,1,-1), (-2,1,3)\}$ నుంచి Gram-Schmidt లంబికరణ పద్ధతిని ఉపయోగించి ఒక లంబాభిలంబ ఆధారాన్ని నిర్మించండి.

*****

R-16

Code: 5308/16/BL

Faculty of Science

B.Sc. (Mathematics) III-Year, CBCS-V Semester

Backlog Examinations -June/July, 2022

PAPER: Linear Algebra

Time: 3 hours | Max Marks: 60

విభాగం - ఎ

I. ఈ క్రింది ఏవైనా మూడు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. (3x5=15 Marks)

1. $V(F)$ లో w_1, w_2 లు ఉపాంతరాళాలు అయితే వాటి చేజనం కూడా $V(F)$ లో ఉపాంతరాళం అవుతుందని నిరూపించండి.
2. $T(x, y) = (y, x)$ రుజుపరివర్తసన కాలం అని నిర్ధారించండి.
3. $[1\ 3]$ అనేది $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$ యొక్క లాక్షణిక సదిశేన? ఒకవేళ అయినట్లయితే లాక్షణిక మూలమును కనుక్కోండి.
4. మాత్రిక A అనునది 3 x 8 తరగతి మరియు కోటి 3 అయితే dim (Nul A), dim (Row A) మరియు Rank A^T ను కనుక్కోండి.
5. $A = PDP^{-1}$, $P = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ మరియు $D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ అయితే A^4 ను కనుక్కోండి.
6. $u_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}, u_2 = \begin{bmatrix} \frac{-1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ లంబ సదిశాలు ఉన్నాయా లేదా కనుక్కోండి.

విభాగం - బి

II. ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. (3x15=45 Marks)

7. (a) జనక సమితి (spanning set) సిద్ధాంతమును నిర్వచించి నిరూపించుము.

(లేదా)

(b) A= $\begin{bmatrix} -3 & 6 & -1 & 1 & -7 \\ 1 & -2 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & -4 & 5 & 8 & -4 \end{bmatrix}$ అయితే dim (Nul A), dim (Col A) లను కనుగొనండి.

8. (a) క్రింది మాత్రిక A కు లాక్షణిక మూలాలు అనుబంధ లాక్షణిక సదిశలను కనుగొనుము.

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

(లేదా)

(b) కోట సిద్ధాంతమును నిర్వచించి నిరూపించుము.

9. (a) లంబ సమితిని నిర్వచించండి. $\left\{ \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{-1}{2} \\ -2 \\ \frac{7}{2} \end{bmatrix} \right\}$ అనేది లంబ సమితి అని చూపండి.

(లేదా)

(b) $T: P_2 \rightarrow P_4$ అనే పరివర్తన $P(t)$ యొక్క ప్రతిబింబం $P(t) + t^2 P(t)$ అయ్యేటట్లుగా నిర్వచించబడితే

(i) $P(t) = 2 - t + t^2$ యొక్క ప్రతిబింబంను కనుగొనుము.

(ii) T ఒక రుజువు పరివర్తన అని నిరూపించండి.

(iii) ఆదారాలు $B = \{1, t, t^2\}$ మరియు $C = \{1, t, t^2, t^3, t^4\}$ ల దృష్ట్యా T యొక్క మాత్రిక ను కనుగొనుము.

*****

R-16

Code: 5308/16/BL

Faculty of Science

B.Sc. (Mathematics) III-Year, CBCS-V Semester

Backlog Examinations -June/July, 2022

PAPER: Linear Algebra

Time: 3 hours | Max Marks: 60

Section-A

I. Answer any three of the following (3x5=15 Marks)

1. Prove that intersection of any two subspaces of a vector space $V(F)$ is also a subspace of V.
2. Prove whether $T(x,y) = (y,x)$ is a linear transformation or not?
3. Is $[1\ 3]$ an eigen vector of $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 6 & 4 \end{bmatrix}$? If so find eigen value.
4. If a 3 x 8 matrix A has rank 3, find dim Nul A, dim Row A and Rank A^T
5. Let $A = PDP^{-1}$ where $P = \begin{bmatrix} 5 & 7 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ and $D = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ then compute A^4
6. Determine whether the vectors $u_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}, u_2 = \begin{bmatrix} \frac{-1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ are orthogonal or not.

Section-B

II. Answer all of the following questions (3x15=45 Marks)

7. (a) State and prove spanning set theorem

(OR)

(b) Determine the dimensions of Nul A and dimensions of Col A of

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 6 & -1 & 1 & -7 \\ 1 & -2 & 2 & 3 & -1 \\ 2 & -4 & 5 & 8 & -4 \end{bmatrix}$$

8. (a) Find the eigen values and the corresponding eigen vectors of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix}$$

(OR)

(b) State and prove Rank theorem.

9. (a) Define orthogonal set. Show that set $\left\{ \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \frac{-1}{2} \\ -2 \\ \frac{7}{2} \end{bmatrix} \right\}$ is an orthogonal set.

(OR)

(b) Let $T: P_2 \to P_4$ be the transformation that maps a polynomial $P(t)$ in to the polynomial $P(t) + t^2 P(t)$ *then*

(i) Find the image of $P(t) = 2 - t + t^2$

(ii) Show that T is a linear transformation

(iii) Find the matrix T related to the bases $B = \{1, t, t^2\}$ and $C = \{1, t, t^2, t^3, t^4\}$

*****

R-16

Code:5308E1/16/BL

Faculty of Science

B.Sc. (Mathematics) III-Year, CBCS-V Semester

Backlog Examinations -June/July, 2022

PAPER: Analytical Solid Geometry

Time: 3 hours

Max Marks: 60

విభాగం - ఎ

I. ఈ క్రింది ఏవైనా మూడు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. (3x5=15 Marks)

1. కేంద్రం $(2,-3,4)$ మరియు వ్యాసార్ధం 4 ఉన్న గోళం యొక్క సమీకరణాన్ని కనుగొనండి.
2. $A(2,-3,4)$ మరియు $B(-5,6,-7)$ వ్యాసం యొక్క చివరి బిందువులు అయితే బిందువుల చేరికపై వివరించిన గోళం యొక్క సమీకరణాన్ని కనుగొనండి.
3. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{1}$ అనే లక్ష్యానికి 2 వ్యాసార్ధంగా గల క్రమ వర్తుల స్థూపాన్ని కనుక్కోండి.
4. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y-12}{5}=\frac{z-7}{2}$ రేఖ మరియు $11x^2-5y^2+z^2=0$ శంఖువు ఖండన బిందువును కనుక్కోండి.
5. $x-2y+3z=0$ అనే తలానికి సమాంతరంగా వుంటూ $x^2-2y^2+3z^2=2$ అనే వక్రం యొక్క స్పర్శతల సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.
6. $ax^2+by^2+cz^2=1$ అనే శాంఖజానికి (conicoid) గీసిన 3 పరస్పర లంబ స్పర్శరేఖల బిందువుల యొక్క బిందు పదాన్ని కనుక్కోండి.

విభాగం -బి

II. ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము. (3x15=45Marks)

7. (a) $x^2+y^2+z^2+7y-2z+2=0,\ 2x+3y+4z=8$ అను వృత్తము గురువృత్తముగా గల గోళం సమీకరణం కనుగొనండి.

(లేదా)

(b) $x^2+y^2+z^2-6x-2y+2z+2=0$
$x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+10=0$
ఖండన గోళాల మధ్య కోణాన్ని కనుగొనండి.

8. (a) $x^2-2y^2+3z^2-4xy+5yz-6zx+8x-19y-2z-20=0$ అను సమీకరణం $(1,-2,3)$ శీర్షంగాగల శంఖువును సూచిస్తుందని చూపండి.

(లేదా)

(b) $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{2}$ అనురేఖ లక్షముగ మరియు వ్యాసార్ధం '2' గా కలిగిన లంబవర్తుల స్థూపం సమీకరణం కనుగొనండి.

9. (a) $4x+20y-21z=0$ అనే తలానికి సమాంతరంగా వుంటూ $4x^2-5y^2+7z^2+13=0$ అనే ఉపరితలం యొక్క స్పర్శతలాన్ని కనుగొనండి.

(లేదా)

(b) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ అనే దీర్ఘవృత్తంపై గల రెండు బిందువులు P మరియు P' వద్ద గల అభిలంబ రేఖలు XOY తలాన్ని ఖండిస్తూ PP' రేఖలో θ, θ' కోణాలను చేసినట్లయితే $PA\cos\theta'+P'A'\cos\theta=0$ అని చూపండి.

*****

R-16

Code:5308E1/16/BL

Faculty of Science

B.Sc. (Mathematics) III-Year, CBCS-V Semester

Backlog Examinations -June/July, 2022

PAPER: Analytical Solid Geometry

Time: 3 hours Max Marks: 60

Section-A

I. Answer any *three* of the following (3x5=15 Marks)

1. Find the equation of the sphere whose centre is $(2, -3, 4)$ and the radius is 4 units.
2. Find the equation of the sphere described on the join of the points $A(2, -3, 4)$ and $B(-5, 6, -7)$ as a diameter.
3. Find the equation of the right circular cylinder whose axis is $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{1}$ and radius 2.
4. Find the intersection points of the line $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-12}{5} = \frac{z-7}{2}$ with the cone $11x^2 - 5y^2 + z^2 = 0$.
5. Find the equation of the tangent plane to the curve $x^2 - 2y^2 + 3z^2 = 2$ and parallel to the plane $x - 2y + 3z = 0$
6. Find the locus of the points from which three mutually perpendicular tangent lines can be drawn to the conicoid $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$

Section-B

II. Answer the following (3x15=45 Marks)

7. (a) Find the equation of the sphere for which circle
$x^2 + y^2 + z^2 + 7y - 2z + 2 = 0, 2x + 3y + 4z = 8$ is a great circle.

(OR)

(b) Find the angle between two intersecting spheres
$$x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 2z + 2 = 0$$
$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 10 = 0$$

8. (a) Show that the equation
$x^2 - 2y^2 + 3z^2 - 4xy + 5yz - 6zx + 8x - 19y - 2z - 20 = 0$ represents a cone with its vertex at the point $(1, -2, 3)$.

(OR)

(b) Find the equation of the right circular cylinder of radius 2 and having for its axis the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{2}$

9. (a) Find the equations to the tangent planes to the surface
$4x^2 - 5y^2 + 7z^2 + 13 = 0$ and parallel to the plane $4x + 20y - 21z = 0$

(OR)

(b) If the normal at P and P' two points of the ellipsoid $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, meet the plane XOY and make angles θ and θ' on PP' then prove that
$PAcos\theta + P'A'cos\theta' = 0$

*****