R-16

Code:3085

Faculty of Sciences

B.Sc. (Mathematics) III-Year, CBCS-V Semester Examinations, 2018-19

PAPER: LINEAR ALGEBRA

Time: 3 hours

Max Marks: 60

Section-A

I. Answer any three of the following questions (3x5=15 Marks)

1. The set $\beta = \{1+t^2,\ t+t^2,\ 1+2t+t^2\}$ is a basis for $\mathbf{P_2}$. Find the coordinate vector of $\mathbf{P}(t) = 1+4t+7t^2$ relative to β.

2. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ then find Nul A and spanning set for Nul A.

3. Find the characteristic polynomial of the matrix $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 0 \\ -2 & 9 & 0 \\ 5 & 8 & 3 \end{bmatrix}$

4. In $\mathbf{P_2}$ find the change-of-coordinate matrix from the basis $\beta = \{1-2t+t^2, 3-5t+4t^2,\ 2t+3t^2\}$ to the standard basis $C=\{1, t, t^2\}$

5. Find the orthogonal projection of $\binom{1}{7}$ on to the line through $\binom{-4}{2}$ and the origin.

6. Let $\bar{u}, \bar{v} \in \boldsymbol{R}^n$ then show that $\|\bar{u}+\bar{v}\|^2 + \|\bar{u}-\bar{v}\|^2 = 2\|\bar{u}\|^2 + 2\|\bar{v}\|^2$

Section-B

II. Answer the following questions (3x15=45 Marks)

7. (a) Show that the intersection $H \cap K$ of two subspaces H and K of a Vector space V is a subspace of V, but the union $H \cup K$ need not necessarily be a subspace of V.

(OR)

(b) Show that an indexed set $\{\overline{v_1}, \overline{v_2}, \ldots\ldots \overline{v_p}\}$ of non zero vectors is linearly dependent if and only if some $\overline{v_j}$ (with $j > 1$) is a linear combination of the preceding vectors $\overline{v_1}, \overline{v_2}, \ldots\ldots \overline{v_{j-1}}$.

8. (a) if A=$\begin{bmatrix} 1 & -4 & 9 & -7 \\ -1 & 2 & -4 & 1 \\ 5 & -6 & 10 & 7 \end{bmatrix}$ then find the bases for Col A, Row A and Nul A. Hence list Rank A and dim(Nul A)

(OR)

(b) If $\overline{v_1}, \overline{v_2}, \dots\dots . \overline{v_n}$ are eigen vectors corresponding to distinct eigen values $\lambda_1, \lambda_2, \dots\dots . \lambda_n$ of an $n \times n$ matrix A, then show that the set $\{\overline{v_1}, \overline{v_2}, \dots\dots . \overline{v_n}\}$ is linearly independent.

9. (a) Find an invertible matrix P and a diagonal matrix D such that $A=PDP^{-1}$

where $A=\begin{bmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

(OR)

(b) Let A be a 2×2 matrix with eigen values -3 and -1 and corresponding eigen vectors $\overline{v_1} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *and* $\overline{v_2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Let $x(t)$ be the position of a particle at time t. solve the initial value problem $x' = Ax,\ x(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

*****

R-16

Code:3085

Faculty of Sciences

B.Sc. (Mathematics) III-Year, CBCS-V Semester Examinations, 2018-19

PAPER: LINEAR ALGEBRA

Time: 3 hours

Max Marks: 60

విభాగం-ఏ

I. ఈ క్రింది ఏవైనా మూడు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి (3x5=15 Marks)

1. $\beta = \{1+t^2,\ t+t^2,\ 1+2t+t^2\}$ అనేది $\mathbf{P_2}$ యొక్క ఆధార సమితి అయితే β ఆధారం దృష్ట్యా $\mathbf{P}(t) = 1+4t+7t^2$ యొక్క నిరూపక సదిశను కనుగొనుము.

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & -2 \end{bmatrix}$ అయితే A యొక్క శూన్యాంతరాలన్నీ (Nul A ను) దాని వ్యాప్తి సమితిని కనుగొనుము

3. $\begin{bmatrix} 6 & -2 & 0 \\ -2 & 9 & 0 \\ 5 & 8 & 3 \end{bmatrix}$ మాత్రిక యొక్క లాక్షణిక బహుపదిని కనుగొనుము

4. సదిశాంతరళము $\mathbf{P_2}$ లో ఆధారము $\beta = \{1-2t+t^2, 3-5t+4t^2,\ 2t+3t^2\}$ నుండి ప్రామాణిక ఆధారము $C=\{ 1, t, t^2 \}$ కు సంక్రమణ మాత్రికను కనుగొనుము

5. సదిశ $\begin{pmatrix} 1 \\ 7 \end{pmatrix}$ యొక్క లంబ విక్షేపాన్ని మూల బిందువు మరియు $\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ ల గుండా పోయే రేఖపై కనుగొనుము

6. $\bar{u}, \bar{v} \in R^n$ అయితే $\|\bar{u}+\bar{v}\|^2 + \|\bar{u}-\bar{v}\|^2 = 2\|\bar{u}\|^2 + 2\|\bar{v}\|^2$ అని నిరూపించండి

విభాగం-బి

II. ఈ క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయండి (3x15=45 Marks)

7. (a) H మరియు K లు సదిశాంతరళము V యొక్క రెండు ఉపాంతరళాలు అయితే వాటి ఛేదనము$(H \cap K)$ ఉపాంతరాళము అవుతుందని, వాటి సమ్మేళనము $(H \cup K)$ ఉపాంతరాళము కానవసరం లేదని చూపండి.

(లేదా)

(b) శూన్యేతర సదిశలను కలిగిన సూచికా సమితి $\{\overline{v_1}, \overline{v_2}, \dots \dots \overline{v_p}\}$ ఋజు అస్వతంత్రము కావడానికి ఆవశ్యక పర్యాప్త నియమము ఒక సదిశ $\overline{v_j}$ $(j > 1)$ దాని ముందుండే $\overline{v_1}, \overline{v_2}, \dots \dots \overline{v_{j-1}}$ సదిశల ఋజుసంయోగం అవుతుందని చూపండి

8. (a) $A=\begin{bmatrix} 1 & -4 & 9 & -7 \\ -1 & 2 & -4 & 1 \\ 5 & -6 & 10 & 7 \end{bmatrix}$ అయితే Col A, Row A మరియు Nul A ల ఆధారాలను కనుగొని Rank A మరియు dim(Nul A) లను కనుగొనండి

(లేదా)

(b) $n \times n$ తరగతి మాత్రిక A యొక్క విభిన్న లాక్షణిక విలువలు $\lambda_1, \lambda_2, \ldots \ldots \lambda_n$, వాటి సంబంధిత లాక్షణిక సదిశలు $\overline{v_1}, \overline{v_2}, \ldots \ldots \overline{v_n}$ లు అయితే సమితి $\{\overline{v_1}, \overline{v_2}, \ldots \ldots \overline{v_n}\}$ ఋజు స్వాంతంత్ర్య సమితి అవుతుందని చూపండి

9. (a) A=$\begin{bmatrix} 4 & 0 & -2 \\ 2 & 5 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ అయితే A=PDP^{-1} అయ్యేటట్లు విలోమనీయ మాత్రిక P ను, వికర్ణ మాత్రిక D ను కనుగొనుము

(లేదా)

(b) 2×2 తరగతి మాత్రిక A యొక్క లాక్షణిక విలువలు -3 ,-1 వాటి సంబంధిత లాక్షణిక సదిశలు $\overline{v_1} = \binom{-1}{1}, \overline{v_2} = \binom{1}{1}$. $x(t)$ అనేది సమయము t వద్ద ఒక కణం యొక్క స్థానం అయితే ప్రారంభ మూల్య సమస్య (initial value problem) $x' = Ax,\ x(0) = \binom{2}{3}$ ను సాధించండి

*****